



Universidade Federal do Amazonas  
Departamento de Física - ICE

Laboratórios de Física Experimental  
Ciclo Básico e Profissional

2ª EDIÇÃO  
2013

Prof. Eduardo Adriano Cotta

## Sumário

Apresentação

Avaliação

O Relatório

Experimentos:

- Mecânica:
  - 1) Medidas físicas.
  - 2) Lei de Hooke.
  - 3) Queda livre.
  - 4) Leis de Newton.
  - 5) Colisões elásticas e inelásticas.
  - 6) Disco de Maxwell.
- Ondas e Calor:
  - 1) O pêndulo simples (MHS).
  - 2) Oscilações forçadas.
  - 3) Calor específico da água.
  - 4) Princípio de Arquimedes.
  - 5) Dilatação térmica.
  - 6) Determinação do calor específico de metais
- Eletromagnetismo:
  - 1) Resistores lineares e não-lineares.
  - 2) Lei de Ohm e resistividade elétrica.
  - 3) Lei de Kirchhoff.
  - 4) Termopar.
  - 5) Balança Magnética.
  - 6) Lei de indução eletromagnética.
- Óptica:
  - 1) Experimento de Michelson
  - 2) Curva de dispersão do Quartzo
  - 3) Reflexão e refração da luz
  - 4) Imagens em espelhos côncavos e lentes delgadas
  - 5) Difração
  - 6) Polarização
- Física Moderna:
  - 1) Razão carga/massa do elétron.
  - 2) Efeito foto-elétrico.
  - 3) Determinação da constante de Plank usando LED's.
  - 4) Experimento de Milikan.
  - 5) Interferômetro de Michelson.
  - 6) Experimento de Frank-Hertz.

- Instrumentação Científica:
  - 1) Osciloscópio.
  - 2) Formas não-senoidais e valor médio.
  - 3) Circuitos RLC – Ressonância e diagrama de fasores.
  - 4) Defasagem em circuitos RLC.
  - 5) Curva de histerese.
  - 6) Diodos semicondutores.

## Lista de Experimentos

| <b>Laboratório de Mecânica</b>      | <b>Laboratório de Eletromagnetismo</b> |
|-------------------------------------|----------------------------------------|
| 1) Medidas físicas                  | 1) Resistores lineares e não-lineares  |
| 2) Lei de Hooke                     | 2) Lei de Ohm e resistividade elétrica |
| 3) Queda livre                      | 3) Lei de Kirchhoff                    |
| 4) Leis de Newton                   | 4) Termopar                            |
| 5) Colisões elásticas e inelásticas | 5) Balança Magnética                   |
| 6) Disco de Maxwell                 | 6) Lei de indução eletromagnética      |

| <b>Laboratório de Ondas e Calor</b>           | <b>Laboratório de Óptica</b>                      |
|-----------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 1) O pêndulo simples (MHS)                    | 1) Experimento de Michelson                       |
| 2) Oscilações forçadas                        | 2) Curva de dispersão do Quartzo                  |
| 3) Calor específico da água                   | 3) Reflexão e refração da luz                     |
| 4) Princípio de Arquimedes                    | 4) Imagens em espelhos côncavos e lentes delgadas |
| 5) Dilatação térmica                          | 5) Difração                                       |
| 6) Determinação do calor específico de metais | 6) Polarização                                    |

| <b>Laboratório de Física Moderna</b>               | <b>Laboratório de Instrumentação Científica</b>      |
|----------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| 1) Razão carga/massa do elétron                    | 1) Osciloscópio                                      |
| 2) Efeito foto-elétrico                            | 2) Formas não-senoidais e valor médio                |
| 3) Determinação da constante de Plank usando LED's | 3) Circuitos RLC – Ressonância e diagrama de fasores |
| 4) Experimento de Milikan                          | 4) Defasagem em circuitos RLC                        |
| 5) Interferômetro de Michelson                     | 5) Curva de histerese                                |
| 6) Experimento de Frank-Hertz                      | 6) Diodos semicondutores                             |

## **Apresentação**

Para o acompanhamento de cursos teóricos e conceituais de Física básica, existem vários livros-texto, tanto de autores estrangeiros quanto brasileiros. Entretanto, o mesmo não ocorre com os cursos de laboratório, por diversos motivos, e por isso é comum as instituições de ensino produzirem seus próprios textos, geralmente na forma de apostilas, que satisfazem as necessidades das disciplinas experimentais ofertadas e da demanda de cada instituição.

A concepção deste volume é consequência de um trabalho de reunião de diversas obras independentes que colaboraram para o texto final apresentado nesta edição. Assim, esta obra pode ser considerada um aperfeiçoamento das apostilas elaboradas pelo departamento de Física da UFAM. A partir dos roteiros que vêm sendo elaborados, aprimorados e utilizados nos laboratórios de ensino nos últimos anos, fez-se uma adaptação destes textos, em relação ao conteúdo, ao número de experimentos a serem realizados, aos experimentos propriamente ditos e ao formato para a composição da obra.

Na tarefa de preparação do conjunto dos roteiros escolhidos, procurou-se dar uma uniformização ao formato e ao estilo de redação; mas em alguns deles, ainda se observam características de textos escritos a várias mãos.

Os roteiros estão escritos de forma a haver uma independência de conteúdo entre os experimentos, permitindo-se, assim, que cada um deles possa ser utilizado isoladamente. Os experimentos escolhidos são sequenciados de forma que exista um grau contínuo de complexidade para cada módulo. Os módulos adotados na UFAM para a física experimental são: Mecânica, Eletromagnetismo, Ondas e Calor, Óptica, Física Moderna e Instrumentação Científica.

Esta obra tem por objetivo apresentar um texto voltado para o estudante com informações básicas de medições, incertezas nas medidas, construção e análise de gráficos bem como sobre a apresentação dos resultados. Estas informações são necessárias para que o aluno faça corretamente as medições, calcule as incertezas envolvidas, faça o tratamento de dados proposto nos roteiros e redija um relatório com um mínimo de qualidade e rigor científico. O fundamento no qual este texto foi inspirado baseia-se no princípio das constatações das leis fundamentais da Física; no aprendizado no que diz respeito ao manuseio dos equipamentos, bem como seu funcionamento ; na formação de técnicas e tratamento científico.

Em todos os experimentos, como pré-requisito geral, o estudante deve estar familiarizado com os conceitos de Física do ensino médio. Nos experimentos mais complexos, exige-se algum conhecimento de cálculo só estudado na universidade. Entretanto, em quaisquer dos casos, procura-se usar um formalismo matemático tão simplificado quanto possível.

Todos os roteiros possuem em comum o fato de que seus textos são auto-consistentes do ponto de vista do conteúdo, seja pelo fato dos assuntos serem tratados usando-se conceitos no nível do ensino médio, seja pelo fato de se apresentar uma introdução com o embasamento necessário para o bom aproveitamento da atividade prática. Quando se fizer necessário um formalismo mais detalhado ou mais aprofundado o texto remete o leitor para um Apêndice ou é dada as referências bibliográficas necessárias.

Essa característica permite que os experimentos sejam ministrados sem o pré-requisito da disciplina teórica do conteúdo correspondente.

Eduardo A. Cotta  
Depto. Física UFAM

# *Capítulo 1*

## *Introdução*

Este capítulo tem como objetivo introduzir ao usuário dos laboratórios de ensino da UFAM as principais informações necessárias para o bom andamento das aulas que serão ministradas ao longo da vida acadêmica de alunos e professores, tornando-se uma referência de consulta diária.

Neste capítulo iremos tratar de como um estudante deve se portar em um laboratório e os cuidados necessários que ele deve ter para o bom andamento das aulas. Serão também apresentados os métodos de avaliação e a divisão de grupos de trabalho e a sequência dos experimentos a serem realizados. Além disso, uma discussão sobre a teoria de erros, Algarismos significativos, apresentação de tabelas e produção manual, e também através de um software, para a elaboração de gráficos também faz parte deste capítulo. Assim, a elaboração de um relatório, que deverá ser elaborado pelo estudante, é discutido de forma detalhada indicando cada parte do mesmo e mostrando seu respectivo conteúdo.

### *1.1 - Comportamento em Laboratório:*

A primeira parte da disciplina Física Experimental, que é realizada no curso de **Introdução à Física Experimental**, tem o objetivo de iniciar o estudante no estudo de técnicas de obtenção, tratamento e análise de dados em experimentos de Física, bem como discutir a apresentação de resultados na forma de um relatório técnico-científico. Assim, é esperado que o estudante adquira e desenvolva um conjunto de atitudes consideradas adequadas frente a problemas experimentais, dando-se ênfase à utilização de instrumentos de medida, ao cuidado na aquisição de dados, à atenção com as incertezas nas medidas diretas e indiretas, aos métodos de tratamento numérico de dados e à apresentação final dos resultados. Os recursos computacionais serão considerados parte integrante do laboratório e devem ser utilizados sempre que possível; em particular, na construção e análise de gráficos.

Para tanto é imprescindível que se elabore uma sequência de trabalho. De início, deve-se ter clareza sobre o problema que se pretende estudar; sendo fundamental que se consiga elaborar os objetivos pretendidos. Antes de se realizar propriamente o experimento, o estudante deve se preparar lendo o material necessário à sua montagem – equipamentos e instrumentos, ferramentas de cálculo e tratamento de medidas, além de textos complementares, principalmente em livros que abordem o tema do experimento a ser trabalhado. Neste ponto cabe-se um alerta: **Cuidado com o conteúdo que é encontrado na internet sobre os temas abordados nos experimentos, pois a maioria do conteúdo publicado na rede não passa por nenhum tipo análise das informações apresentadas e nem pela revisão de um especialista.** Lembre-se que na rede é possível se publicar qualquer tipo de informação, seja ela verdadeira ou não. Dessa forma, os livros são sempre a melhor opção.

Após a determinação das etapas a serem desenvolvidas e a maneira de desenvolvê-las, ou seja, após se estabelecer o procedimento a ser seguido, passaremos à sua execução.

Normalmente, a obtenção dos dados é feita através da realização de um conjunto de medidas de grandezas relacionadas direta ou indiretamente com o fenômeno em questão.

O conjunto de dados coletados passa por uma análise devendo, então, ser preparado para apresentação – tabelas, gráficos e tratamento matemático. Após essa parte inicial é fundamental que se faça uma interpretação dos resultados e uma análise crítica de tudo o que foi feito para se chegar às conclusões apresentadas. O registro desse conjunto de atividades é feito na forma de um relatório, que tem que ser suficientemente claro e completo para permitir que uma pessoa que não teve acesso a este livro possa ler o seu relatório e compreender o que foi feito, como foi feito, por que foi feito e qual a relevância dos resultados encontrados.

Para que possa ocorrer um bom andamento dos experimentos de forma segura e rápida é importante seguir algumas recomendações:

1. Se informe sobre o assunto a ser tratado no seu experimento. Primeiramente leia com muita atenção as informações contidas neste livro sobre o experimento que será realizado. Antes de começar o experimento leia pelo menos um texto complementar para aumentar seus conhecimentos sobre o assunto abordado.
2. Ao realizar o experimento sempre pergunte ao seu professor sobre possíveis dúvidas na montagem ou execução do experimento. Isto poderá evitar que vc utilize de forma errada os equipamentos disponíveis para a execução do seu experimento. Lembre-se: **Muitos outros estudantes usarão esta mesma infra-estrutura para realizar o mesmo experimento. Proteja o patrimônio público.**
3. Se for necessário a realização de montagens de circuitos eletrônicos nunca ligue os aparelhos antes de chamar o professor para conferir sua montagem. Isto evita a queima de componentes eletrônicos.
4. Cuidado com as tomadas de diferentes tensões. No laboratório existem tomadas com tensões de 110V e 220V e com o conector exatamente iguais, o que induz ao erro ao ligar os aparelhos eletrônicos. Assim, sempre verifique a tensão de alimentação do aparelho utilizado no seu experimento. Esta informação normalmente se encontra na parte traseira dos dispositivos.
5. Não é permitido comer ou levar garrafas de água para os laboratórios. Isto evita a infestação de pragas indesejadas e possíveis acidentes que podem provocar curtos circuitos.
6. O laboratório deve ser um ambiente de muita atenção e cuidado, portanto, evite falar alto ou gritar no laboratório, isto auxilia na concentração.
7. Manuseie os equipamentos com cuidado e calma, sem movimentos abruptos. Esta prática evita que acidentes ocorram e que materiais, principalmente vidraria, sejam quebrados durante seu manuseio.
8. Antes de procurar a opinião do seu professor sobre um procedimento a ser realizado para a execução do experimento, discuta-o com seus colegas que compõem o grupo. Esta iniciativa só aumenta as chances da discussão se tornar mais abrangente e frutífera.

## ***1.2 - Avaliação:***

A avaliação final é dividida em 4 partes:

- **Frequência:** A presença do aluno é obrigatória em todos os experimentos propostos. O estudante faltoso é penalizado duplamente com a própria falta e com a nota zero no experimento programado, permitindo um atraso máximo de 15 (quinze) minutos. Segundo regimento da própria universidade, o aluno será considerado reprovado por falta se ausentar-se por mais de 25% das aulas.
- **Relatórios:** Estes somarão 50% da nota total e os relatórios devem ser elaborados 1 (um) por grupo, prevalecendo o critério adotado pelo professor. Cada grupo irá realizar 6 (seis) experimentos, sendo que os primeiros 5 (cinco) valerão 0,8 pontos e o último é considerado uma prova experimental, valendo 1,0 ponto.
- **Prova experimental:** O último experimento possuirá caráter de prova na qual deve ser elaborado um relatório individual pelos estudantes.
- **Provas escritas:** Haverão 2 (duas) provas escritas que somarão 50% da nota total, cujo conteúdo será o mesmo daquele abordado nos experimentos.

A apresentação da proposta de avaliação apresentada acima é um instrumento do professor para se tentar quantificar de forma mais precisa e imparcial possível o aprendizado do aluno, que no final se converterá em sua nota. Dessa forma, alterações dos métodos apresentados podem ocorrer sem prejuízo ao aprendizado e na avaliação dos estudantes.

### 1.3 - Os experimentos:

Os experimentos serão realizados na forma de rodízio, na qual 3 experimentos diferentes serão realizados simultaneamente em cada aula. Na aula seguinte os mesmos três experimentos serão realizados, porém os grupos trocam de bancada para a realização de um novo experimento. Cada laboratório é composto de 6 bancadas, sendo cada uma delas contendo um único experimento. Assim, no primeiro dia de aula o Professor deve dividir a turma em 6 (seis) grupos distintos, onde cada grupo ocupará uma bancada diferente para a realização do seu respectivo experimento. Dessa forma, teremos dois grupos realizando o mesmo experimento a cada aula.

Uma vez formados os grupos (A, B, C, D, E e F), eles devem seguir a sequência dos experimentos a serem realizados (1, 2, 3, 4, 5 e 6), seguindo a tabela que se segue:

| Tabela 1 – Sequência dos experimentos |    |    |    |    |    |    |    |    |
|---------------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Grupo                                 | R1 | R2 | R3 | P1 | R4 | R5 | R6 | P2 |
| A                                     | 1  | 2  | 3  |    | 4  | 5  | 6  |    |
| B                                     | 2  | 3  | 1  |    | 5  | 6  | 4  |    |
| C                                     | 3  | 1  | 2  |    | 6  | 4  | 5  |    |
| D                                     | 1  | 2  | 3  |    | 4  | 5  | 6  |    |
| E                                     | 2  | 3  | 1  |    | 5  | 6  | 4  |    |
| F                                     | 3  | 1  | 2  |    | 6  | 4  | 5  |    |

Nesta tabela, R1, R2, R3, R4, R5 e R6 representam os seis relatórios a serem elaborados pelo grupo seguindo a sequência apresentada pelos números de 1 a 6; P1 e P2 são as provas escritas a serem realizadas após 3 (três) experimentos. Segundo a tabela 1, **R6** será o experimento com caráter de **prova experimental**, que será diferente para cada par de grupos, na qual cada membro do grupo deve elaborar o seu relatório individual.

## ***1.4 - O Relatório:***

Os resultados obtidos nas experiências devem ser apresentados sob a forma de um relatório, cuja finalidade é fazer com que o estudante aprenda e aperfeiçoe a maneira de se apresentar os resultados obtidos em um experimento. O relatório não deve ser uma cópia do roteiro e deve ser redigido de forma que outro estudante que não tenha feito o experimento e não tenha o conhecimento prévio do roteiro possa entender o que foi realizado.

Os alunos devem ter muito cuidado com o conteúdo encontrado na internet, pois não existe um órgão regulador de conteúdo na rede, sendo possível encontrar, infelizmente com certa facilidade, informações erradas e imprecisas sobre o assunto abordado no experimento a ser realizado.

Assim, não há uma forma definida para se redigir um relatório, mas é esperado que ele contenha pelo menos as seguintes informações:

- Título da Experiência:
- Autores:
  - Listagem dos nomes dos membros do grupo e o nome do grupo. Além da turma.
- Objetivos:
  - O grupo deve descrever de forma sucinta e objetiva o que se pretende verificar e/ou aprender com o experimento proposto.
- Introdução:
  - O grupo deve apresentar uma descrição dos conceitos envolvidos no experimento de forma qualitativa e quantitativa.
  - O grupo deve apresentar, quando for o caso, as aproximações e considerações adotadas para as análises dos dados, sempre com justificativas consistentes. Isto permite que o leitor situe-se quanto a abrangência ou limitações do trabalho a ser realizado.
- Procedimentos Experimentais:
  - Este é o item mais importante do relatório. O grupo deve descrever os procedimentos experimentais, os métodos de medida e os cálculos envolvidos explicitamente.
  - É necessário uma apresentação de uma relação de todo o material utilizado para o desenvolvimento do experimento, inclusive sua quantidade.
  - Descreva a montagem experimental para a qual se propõe o experimento.
  - Discuta os resultados obtidos e relacione-os com os modelos e métodos empregados na sua obtenção.
  - Responda às questões propostas no texto, quando houver, como parte da discussão dos seus resultados.
- Conclusões:
  - Faça um resumo do que foi feito na experiência e dos principais resultados obtidos, tomando os objetivos iniciais como referência.
- Referência Bibliográfica:
  - Liste os livros (nome, autores, páginas, ano, etc...), sites ou artigos nos quais foram utilizados para a elaboração das várias partes do relatório.

A avaliação do relatório em cada uma das suas partes constituintes, é de critério do professor que está ministrando a disciplina.

## ***1.5 – Algarismos significativos, expressão e incertezas de medições:***

A Física (assim como todas as outras ciências) é baseada em observações e medições quantitativas. A partir de observações e dos resultados de medições, são formuladas teorias que podem prever os resultados de experimentos futuros. Os resultados das medições realizadas em um experimento indicam as condições em que uma teoria é satisfatória e até mesmo se ela deve ser reformulada ou se ela consegue descrever adequadamente o fenômeno analisado.

Medir é um procedimento experimental em que o valor de uma grandeza é determinado em termos do valor de uma unidade, estabelecida por um padrão. O resultado desse procedimento (a medida da grandeza) deve conter as seguintes informações: o valor da grandeza, a sua respectiva incerteza e a unidade utilizada. Além disso, para que qualquer indivíduo saiba avaliar ou mesmo reproduzir uma medição, é importante qualificar o tipo da incerteza que foi indicada, bem como descrever como foi feita a medição. No Brasil, o sistema legal de unidades é o Sistema Internacional (SI), e as regras para a expressão dos resultados e das incertezas nas medições são definidas pela ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas) e pelo INMETRO (Instituto Nacional de Metrologia, Normalização e Qualidade Industrial). Neste texto apresenta-se um resumo dessa terminologia, adaptada para ser utilizada em um laboratório de ensino.

### ***1.5.1 - Resultado e incerteza de uma medição:***

Toda medição está sujeita a incertezas que podem ser devidas ao processo de medição, ao método utilizado, aos equipamentos adotados, à influência de fatores externos e também ao operador. É importante expressar o resultado de uma medição de forma que outras pessoas o entendam e saibam com que confiança o resultado foi obtido.

O presente texto apresenta os elementos básicos necessários para o tratamento dos dados experimentais com os quais o estudante irá se deparar ao realizar os experimentos.

Para introduzir o assunto, trataremos de um exemplo onde adotaremos a situação em que se deseja medir o comprimento de um objeto utilizando-se uma régua graduada em milímetros, como representado na figura 1-a. Para isto, diferentes estudantes são convidados a fazê-lo, um de cada vez, onde todos posicionam a régua junto ao objeto e fazem a leitura. Cada estudante repete o procedimento diversas vezes e verificam que os resultados diferem um do outro e também dentre as suas próprias medições, pois como pode ser verificado na figura o objeto apresenta uma das extremidades com uma forma indefinida e, além disso, cada um posiciona o marco zero da régua em pontos distintos na extremidade plana do objeto. Temos ainda que considerar possíveis problemas com a régua que podem ter induzido a erros, por exemplo, ela poderia estar empenada ou deformada. Na figura 1-b, apresentamos a distribuição dos resultados obtidos pelos estudantes. Nesta distribuição o valor obtido em cada medição está representado na abscissa, e cada barra vertical representa o número de vezes que cada valor foi encontrado.

Verifica-se, claramente, que os resultados das medições estão dispersos em torno de um valor médio. Apesar dos estudantes poderem afirmar que o comprimento do objeto está entre 8cm e 9cm, não se tem certeza sobre o valor da fração adicional no comprimento. Observa-se, no entanto, que há um grande número de medidas próximas ao valor médio e que as medidas mais afastadas deste valor são menos frequentes. Sempre que se efetua uma série de medições de uma grandeza, as medidas apresentam essas características. Isto é inerente ao processo de medição.

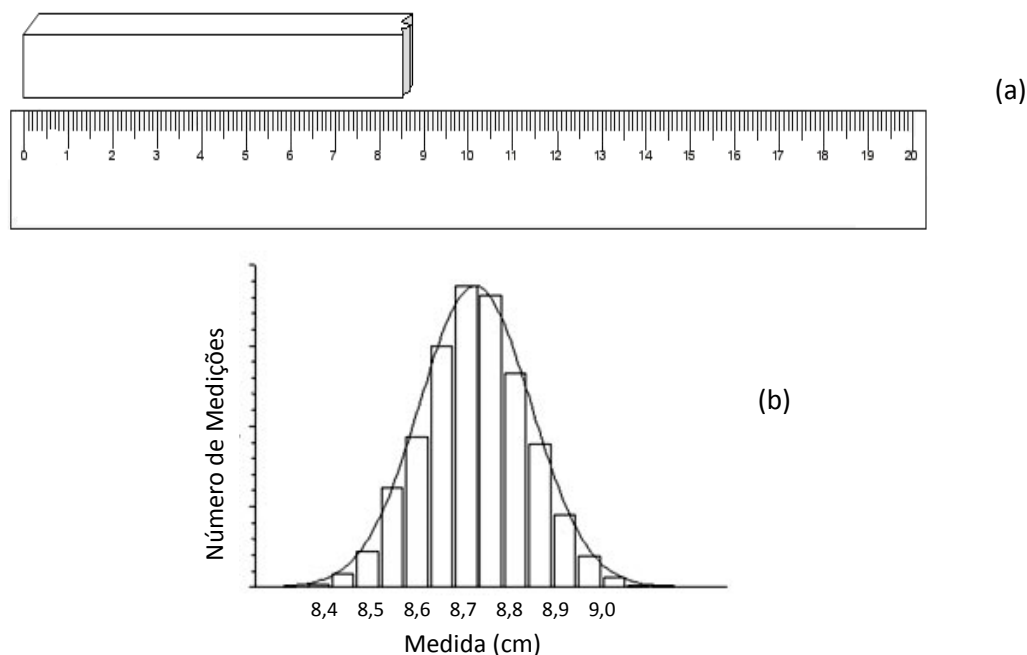


Figura 1 – (a) Objeto a ser medido com uma régua graduada em milímetros, utilizada para medir o seu comprimento. (b) Distribuição dos resultados das medições do objeto mostrado no ítem (a).

Considere agora, que o mesmo procedimento deverá ser adotado, porém, utilizando-se uma régua com graduações de meio centímetro apenas, como mostrado na figura 2-a. Neste caso, o valor médio do comprimento obtido a partir de sucessivas medições tem, aproximadamente, o mesmo valor obtido com a régua graduada em milímetros. No entanto, verifica-se uma maior dispersão dos resultados, como mostra a figura 2-b. Novamente, isto é uma característica do processo de medição (neste caso, a maior dispersão é devida, principalmente, ao uso de um instrumento que não possui a precisão adequada).

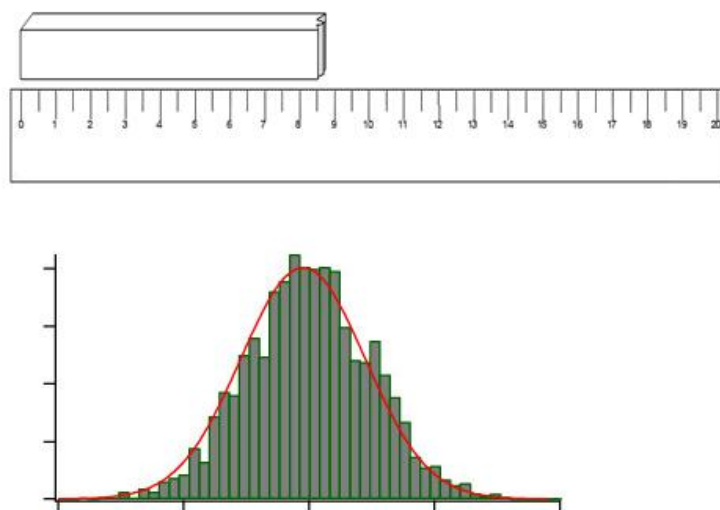


Figura 2 – (a) Objeto a ser medido com uma régua graduada a cada meio centímetro, utilizada para medir o seu comprimento. (b) Distribuição dos resultados das medições do objeto mostrado no ítem (a).

O parâmetro associado ao resultado de uma medição, que caracteriza a dispersão de valores atribuídos à grandeza submetida à medição, é chamado de **incerteza, desvio ou erro**.

A forma mais comum de se expressar o resultado de uma medição é a seguinte:

$$(\text{valor da grandeza}) \pm (\text{incerteza}) [\text{unidades}]$$

Esta e outras formas comumente utilizadas estão apresentadas a seguir:

- $(21,23 \pm 0,06) \text{ mm}$
- $21,23(0,06) \text{ mm}$

Como já discutido, a incerteza no resultado de uma medição caracteriza a dispersão das medidas em torno da média. Essa incerteza é agrupada em duas categorias, de acordo com o método experimental utilizado para estimar o seu valor:

- **Avaliação estatística:** A incerteza é avaliada por meio de uma análise estatística de uma série repetida de medidas no mesmo parâmetro (como no exemplo acima apresentado).
- **Avaliação empírica:** A incerteza é avaliada por meio de métodos não estatísticos e é analisado tanto pelo método quanto pelo equipamento utilizados.

Uma medida experimental apresentará um resultado cada vez mais confiável quanto maior for o número de medições. Quando o número de medidas não é suficiente, ou em situações em que não é prático, ou ainda quando não é possível se estimar a incerteza em um cálculo estatístico, utiliza-se a avaliação empírica que baseia-se principalmente no bom senso do operador. Esta estimativa do operador deve levar em conta toda informação disponível, como dados de medições anteriores, conhecimento acumulado sobre os instrumentos e materiais utilizados, especificações do fabricante e dados de calibração dos instrumentos. Portanto, esta avaliação é bastante subjetiva e normalmente adota-se como **incerteza intrínseca a um equipamento como sendo a metade da menor medida** realizada por este.

### ***1.5.2 - Algarismos Significativos:***

Em toda medição é importante se expressar o resultado com o número correto de algarismos significativos. Para isto, é preciso seguir as seguintes regras:

- Os algarismos significativos de uma medida são todos os considerados corretos até aquele considerado o duvidoso;
  - Exemplo: É correto apresentar o resultado:  $(71,06 \pm 0,02)\text{cm}$ .  
**Não** é correto expressar o resultado:  $(71,063 \pm 0,02)\text{cm}$ . Pois o terceiro dígito (o dígito 3) está na terceira casa decimal enquanto que o desvio está expresso na segunda casa decimal.
- O algarismo duvidoso é o que é afetado pela incerteza da medição;
  - No exemplo apresentado acima o algarismo duvidoso é o 6, na segunda casa decimal.
- Os zeros, à esquerda do primeiro algarismo não nulo (antes ou depois da vírgula), não são significativos. Eles expressam apenas a ordem de magnitude da unidade.
  - No exemplo apresentado, os zeros antes do dígito 2 (antes ou depois da vírgula), não representam erros na medida, e a sua precisão mostra ser de um décimo de milímetro.
- Qualquer zero, à direita do primeiro número não nulo, é significativo.
  - Exemplo: O resultado expresso na forma  $(7 \pm 0,1)\text{cm}$  **não** é correto, pois o algarismo duvidoso deve ser aquele sobre o qual incide a incerteza, portanto, falta um algarismo significativo no resultado. Sua forma correta de ser escrito é  $(7,0 \pm 0,1)\text{cm}$ .

- A potência de dez em uma medida não altera o número de algarismos significativos.
  - Exemplo: O resultado  $(0,71 \pm 0,02)\text{cm}$  é equivalente a  $(7,1 \pm 0,2) \times 10^{-3}\text{m}$ , e ambos estão corretos.

As normas da ABNT recomendam que a incerteza da medição seja fornecida com, no máximo, dois algarismos significativos. Assim, mesmo que o processo de cálculo do desvio padrão tenha fornecido, por exemplo,  $(7,6385 \pm 0,1178)\text{cm}$  como resultado final, a norma recomenda que ele seja escrito como 0,1 ou 0,12 (depois do devido arredondamento). Caso o primeiro algarismo abandonado seja igual ou maior que 5, acrescenta-se uma unidade no algarismo que permaneceu. Neste momento, é recomendado que o estudante utilize o critério de **um único dígito para o desvio**.

É importante observar que o número de algarismos significativos no resultado é determinado apenas pela incerteza, e não pelo instrumento utilizado. A incerteza, por sua vez, é inerente ao processo de medição. Por exemplo, se a régua milimetrada for utilizada na medição do diâmetro de uma moeda, facilmente obtém-se uma incerteza de décimos de milímetros. No entanto, se a mesma régua, ou uma trena, milimetrada for utilizada para determinar o comprimento de um longo corredor, dificilmente será obtida uma incerteza menor que um centímetro.

O resultado final de uma medição deve ser sempre indicado com os algarismos significativos consistentes com a incerteza. No entanto, para se evitar erros de arredondamento, todos os cálculos intermediários devem ser feitos com todos os algarismos disponíveis. Isto significa, por exemplo, que todas as medidas intermediárias realizadas com uma régua milimetrada devem ser escritas com todos os algarismos disponíveis, ou seja, até décimos de milímetro (a ser estimado pelo utilizador).

### ***1.5.3 - Propagação de incerteza:***

Nem sempre é possível fazer uma medição direta de uma grandeza (aquela em que o valor da grandeza é obtido diretamente do sistema de medição, como, por exemplo: comprimento, massa, tempo, corrente elétrica, etc...). Muitas vezes, o valor de uma grandeza é determinado por meio de medições de outras grandezas, que estão relacionadas a ela, como, por exemplo a área, velocidade, momento de inércia, aceleração da gravidade, calor específico, etc... Neste caso, diz-se que a medição é indireta.

Para se entender como isto ocorre, vamos tomar como exemplo o caso onde se deseja medir a potência elétrica  $P$  dissipada por um resistor ligado à rede elétrica. Para isto, são feitas as medições da resistência elétrica  $R$  do resistor e da tensão elétrica  $V$  da rede, usando um multímetro digital (equipamento utilizado para medir a resistência, corrente e tensão elétricas). Neste equipamento, verifica-se que sua precisão encontra-se na primeira casa decimal, ou seja, ele mostra para o operador um valor de resistência de  $2,5\Omega$  com pequenas flutuações de valor no dígito 5, variando entre  $2,4\Omega$  a  $2,6\Omega$ . Assim, podemos verificar que as flutuações nos valores da resistência ocorrerá principalmente na primeira casa decimal, onde podemos concluir que o algarismo duvidoso é o 5 e que o erro na medida da resistência é de  $0,1\Omega$ . Portanto, o valor de  $R = (2,5 \pm 0,1)\Omega$ .

Para o valor da tensão da rede, o mesmo multímetro apresenta ao operador o valor de 127V, com flutuações no último algarismo. Neste caso, o erro é estimado ser de 1V. Assim, o valor da tensão é  $V = (127 \pm 1)\text{V}$ .

Portanto, a potência elétrica dissipada pelo resistor é dada por:

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{(127)^2}{2,5} = 6451\text{W}.$$

Resta-nos responder a pergunta: Como as incertezas nos valores de R e V afetam o resultado da medição de P?

Para respondê-la, devemos analisar a condição na qual o experimento foi realizado. Usando a teoria de erros, podemos resolver este problema de duas formas distintas: o chamado método de máximos e mínimos ou através do chamado cálculo diferencial de erros. Abaixo iremos abordar cada um destes dois casos e comparar seus resultados.

#### ***1.5.3.1 - Método de máximos e mínimos:***

Este método tem a finalidade de distribuir os erros dos parâmetros envolvidos (neste caso R e V) na grandeza a ser determinada. Assim, o valor do desvio de uma grandeza A (escrito na forma  $\Delta A$ ) é dado por:

$$\Delta A = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{2}. \quad (1)$$

Para o exemplo dado, devemos usar os valores de R e V com seus respectivos desvios para determinar os valores de  $P_{\max}$  e  $P_{\min}$ , obtendo:

$$P_{\max} = \frac{(V + \Delta V)^2}{(R - \Delta R)} = \frac{(128)^2}{2,4} = 6826W$$

$$P_{\min} = \frac{(V - \Delta V)^2}{(R + \Delta R)} = \frac{(126)^2}{2,6} = 6106W$$

Portanto;

$$\Delta P = \frac{P_{\max} - P_{\min}}{2} = 360W$$

Dessa forma, o valor de P deve ser expresso na forma:  $P = (6451 \pm 360)W$ , ou de forma mais compacta (com os devidos arredondamentos):  $P = (6,5 \pm 0,4) \times 10^3 W = (6,5 \pm 0,4)kW$ .

Apesar de parecer grande, o valor encontrado para o desvio corresponde a apenas 5% do valor obtido. Geralmente, são considerados bons resultados aquelas medidas que possuem um desvio inferior a 10%.

#### ***1.5.3.2 - Cálculo diferencial de erros:***

Formalmente, um erro de uma medida como esta é dada, de forma geral, pela expressão:

$$\Delta A = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial A}{\partial x_i} \right| \Delta x_i \quad (2)$$

Onde A é a grandeza a ser avaliada,  $x_i$  representa as diferentes variáveis que compõem A com seus respectivos desvios  $\Delta x_i$  e n é o número destas grandezas. Neste ponto, atentamos ao estudante a analisar com cuidado a equação apresentada, onde podemos identificar a presença da derivada parcial (não a total) e principalmente do seu módulo.

No exemplo dado, a grandeza a ser avaliada é a potência dissipada  $P$ , e esta grandeza é composta das variáveis  $R$  e  $V$ . Assim, usando a equação (2), obtemos:

$$\begin{aligned}\Delta P &= \left| \frac{\partial P}{\partial V} \right| \Delta V + \left| \frac{\partial P}{\partial R} \right| \Delta R \\ &= \frac{2V}{R} \Delta V + \frac{V^2}{R^2} \Delta R \\ &= \frac{2(127)}{2,5} (1) + \frac{(127)^2}{(2,5)^2} (0,1) \\ &= 360W\end{aligned}$$

Neste caso, podemos verificar que obtivemos o mesmo resultado que aquele obtido pelo método de máximos e mínimos. Isto não é coincidência, mas uma verificação de que experimentalmente, diferentes métodos devem obter o mesmo resultado.

Estes dois métodos apresentados representam as avaliações empíricas discutidas no início deste texto.

Agora vamos analisar outro caso, onde abordaremos a avaliação estatística de desvios de medidas. Tomemos a situação em que se deseja determinar o período médio de oscilação de um pêndulo simples. Para isto, um corpo de massa  $m$  é preso a um barbante de comprimento  $L$ , por uma de suas extremidades. A outra extremidade é presa em um ponto fixo e imóvel e o corpo é colocado para oscilar. Apesar do período de oscilação do pêndulo poder ser determinado pela relação

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}},$$

e o erro no valor de  $T$  ser obtido usando os métodos apresentados anteriormente, é dado a um avaliador um cronômetro que faz o registro do tempo em segundos, com precisão até a quarta casa decimal. No primeiro toque, o cronômetro é disparado e, no segundo, ele é interrompido registrando a contagem do tempo. Assim, percebem-se vários problemas a serem enfrentados para o registro correto do tempo:

- 1) O tempo de resposta do utilizador: Se o utilizador apertar o botão do cronômetro 2 vezes seguidas, o mais rápido que ele conseguir, ele sempre irá registrar algum valor diferente de zero;
- 2) Definição pessoal do período: O tempo de resposta do utilizador para que ele avalie se o pêndulo fez uma oscilação completa também deve ser considerado.
- 3) Diferentes utilizadores irão registrar diferentes valores a cada tentativa, dispersando muito os valores do valor correto.

Assim, é necessária uma avaliação estatística das medidas do período do pêndulo para que ele seja determinado com maior precisão, e por isso, o procedimento apresentado a seguir é conhecido como **método estatístico** de determinação de desvios.

### 1.5.3.3 - Método Estatístico:

O método estatístico provém de uma análise detalhada de um universo amostral amplo na qual os valores obtidos possuem uma distribuição normal (gaussiana). Este texto não tem por objetivo aprofundar no método, pois a sua função é dar maior clareza ao leitor do método de cálculo de propagação de erros, principalmente se muitos fatores externos influenciam numa dada medida. Nossa discussão se baseará em um exemplo no qual o utilizador promove uma perturbação em um pêndulo e marca o tempo que ele leva para ir e voltar ao ponto de maior deslocamento. Assim, ele faz a marcação destes valores diversas vezes e obtém os valores apresentados na tabela que se segue:

| Medida                        | Tempo (s) |
|-------------------------------|-----------|
| 1                             | 1,0275    |
| 2                             | 1,1234    |
| 3                             | 1,0021    |
| 4                             | 1,0833    |
| 5                             | 1,1588    |
| 6                             | 1,0720    |
| 7                             | 1,0300    |
| Média ( $\langle t \rangle$ ) | 1,0710    |

O valor apresentado na última linha da tabela, denominado média, representa o valor médio de todas as medidas realizadas pelo utilizador, escrito na forma  $\langle t \rangle$ . Este valor é dado de forma geral por:

$$\langle t \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i$$

Ou seja, somam-se todas as medidas realizadas e divide-se o resultado pelo número de medidas tomadas ( $n$ ). Neste ponto fica claro que para o tratamento estatístico os melhores resultados serão obtidos para um grande número de medidas realizadas.

Para este caso, o valor atribuído ao desvio do tempo  $\Delta t$  será dado pela expressão:

$$\Delta t^2 = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (t_i - \langle t \rangle)^2$$

Ou seja, toma-se o quadrado da diferença entre os valores obtidos em cada medida e o valor médio. Somam-se todas estas quantidades e divide-se o valor resultante pelo termo  $1/n(n-1)$  que envolve o número de medidas realizadas  $n$ . Novamente verificamos que quanto maior o número de registros menor será o erro da medida.

Para o caso abordado, temos que:

$$\begin{aligned} \Delta t^2 &= \frac{1}{7(7-1)} \left[ (1,0275 - 1,0710)^2 + (1,1234 - 1,0710)^2 + (1,0021 - 1,0710)^2 + (1,0833 - 1,0710)^2 + \right. \\ &\quad \left. + (1,1588 - 1,0710)^2 + (1,0720 - 1,0710)^2 + (1,0300 - 1,0710)^2 \right] \\ &= \frac{1}{42} [0,0019 + 0,0027 + 0,0047 + 0,0001 + 0,0077 + 0 + 0,0017] \\ &= 4,5 \times 10^{-4} \text{ s} \\ \Delta t &= 2,1 \times 10^{-2} \text{ s} \end{aligned}$$

Portanto, o valor correto para o período do pêndulo é:  $T = (1,07 \pm 0,02)\text{s}$ .

Neste caso podemos ver claramente que apesar da grande precisão do instrumento utilizado, que neste caso é um cronômetro com precisão de 4 (quatro) casas decimais, a precisão da medida foi só na segunda casa decimal. Isto ocorreu devido ao fato de existirem muitos fatores influenciando no erro da medida.

## 1.6 - Gráficos e tabelas:

Nessa seção é dado destaque ao cálculo da equação da melhor reta, que se ajusta aos dados experimentais, pelo processo de regressão linear e o processo de linearização de curvas. Também é discutido o ajuste de curvas por regressão não-linear para os casos de dependências do tipo lei de potência, polinomial, exponencial e logarítmica.

### 1.6.1 - Figuras, tabelas e equações:

Em um relatório as figuras e tabelas devem ser numeradas em sequência e conter uma pequena legenda descritiva. A sequência numérica pode ser reiniciada em cada experimento ou utilizar uma sequência dupla (por exemplo, "Fig. 2.3" representando a terceira figura do experimento 2).

Os desenhos, esquemas, e fotografias são todas figuras, não havendo razão para abrir seqüências diferentes (ou seja, não se deve escrever Esquema 1, mas sim Figura 1).

No início de cada experimento geralmente é feito um resumo da teoria envolvida e destacamos as equações mais relevantes. As equações devem ser numeradas para poder fazer referência a elas mais adiante, quando confrontamos as previsões do modelo com os resultados experimentais. Dessa forma, se torna necessário definir imediatamente antes ou logo após as equações os símbolos matemáticos (variáveis) que aparecem em cada equação.

No primeiro estágio de apresentação de uma série de medidas resultantes de um experimento faz-se uso de tabelas, que em geral, já são montadas durante o processo de obtenção de dados.

Uma tabela deve ser devidamente clara, pois simboliza um resumo de todos os cuidados na obtenção dos dados experimentais. Sendo assim, ela deve conter:

1. Identificação;
2. Título;
3. Variáveis;
4. Erros;
5. Valores;
6. Unidades;
7. Observações (quando for necessário).

A maioria dos experimentos são realizados com tabelas contendo apenas duas colunas. Entretanto, uma tabela pode conter várias colunas, se isso facilitar o entendimento. O exemplo a seguir ilustra bem um tipo de tabela adequado à maioria dos experimentos feitos nas disciplinas experimentais de Física.

| Tabela 1 – Tempo de queda ( $t_q$ ) e tempo instantâneo ( $t_{inst}$ ) para diferentes alturas de soltura da esfera. |                      |                           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|---------------------------|
| Altura* (mm) $\pm 1$                                                                                                 | $t_q$ (s) $\pm 0,01$ | $t_{inst}$ (s) $\pm 0,01$ |
| 200                                                                                                                  | 2,13                 | 0,88                      |
| 300                                                                                                                  | 3,37                 | 0,64                      |
| 400                                                                                                                  | 5,01                 | 0,29                      |
| 500                                                                                                                  | 6,69                 | 0,07                      |

\*Em relação ao ponto onde a esfera toca o sensor.

Figura 03 – Formato de uma tabela contendo todas as informações realizadas no experimento.

### ***1.6.2 - Gráficos:***

Gráficos são uma das principais maneiras de se apresentar e analisar dados em ciência e tecnologia. Eles devem ser claros e conter um título, eixos, escalas, unidades e barras de erro. Para a construção dos gráficos devemos ter em mente que eles são formados por vários pontos experimentais, sendo cada ponto correspondendo a duas grandezas físicas diferentes.

Cada uma destas grandezas correspondem a um par ordenado (x,y) de abscissa x e ordenada y. O conjunto dos vários pontos que constituem o gráfico é denominado de curva. A definição matemática de uma curva determina que ela é composta por infinitos pontos. Entretanto, como veremos à frente, a realização de um pequeno número de medidas nos possibilita a determinação de todos os outros infinitos pontos que formam a curva, sem mesmo medi-los. Esta técnica se mostra, portanto, de alto grau de determinismo para resultados de experimentos que sejam realizados nas mesmas condições técnicas.

A observação de um fenômeno físico qualquer é feita, geralmente, através do tabelamento de valores medidos, que foi discutido na seção anterior. Assim, antes de começamos a aprender como se gera um gráfico, devemos verificar o sistema de unidades utilizado nas grandezas registradas. Neste caso, é sempre indicado utilizar o Sistema Internacional de unidades (S.I.). O segundo passo é definir qual a melhor escala a ser utilizada no gráfico, visto que existem diferentes tipos de escalas de papel milimetrado, como por exemplo: (1) escala linear nos dois eixos, (2) escala linear no eixo x e logarítmica no eixo y (podendo ser facilmente encontrado papel milimetrado com os eixos trocados, sendo logarítmico no eixo x e linear no eixo y) e (3) escala di-log, onde ambos os eixos estão em escala logarítmica. Todas estas escalas são facilmente encontradas em papel impresso nas papelarias para compra imediata e também gratuitamente na internet para impressão. Neste último caso, é recomendado que o papel milimetrado seja impresso em uma impressora a laser para garantir a qualidade das linhas.

A escolha da escala utilizada é importante para uma boa análise dos dados experimentais e devem seguir regras claras e simples. Dessa forma, passaremos analisar cada tipo de escala separadamente, assim como a análise e o ajuste de curva sobre os pontos experimentais.

#### ***1.6.2.1 – Papel milimetrado de escala linear:***

Independente da escala a ser utilizada, apresentamos alguns quesitos necessários para que o gráfico seja bem interpretado e efetivamente útil para sua análise, tais como:

- 1) **Título:** todos os gráficos a serem realizados devem sempre ser identificados por um título, pois em muitos casos um relatório pode possuir vários gráficos. Lembre-se sempre que a elaboração do seu relatório deve ser de fácil leitura por qualquer outro estudante e não somente para o seu professor.
- 2) **Definição dos eixos:** Cada eixo de coordenadas (abscissas e ordenadas) deve ser identificado, abaixo do eixo horizontal e ao lado do eixo vertical, com a variável que identifica a grandeza física.
- 3) **Unidades:** Os eixos do seu gráfico deve sempre conter as unidades das grandezas físicas envolvidas. Entretanto, não se deve incluir os valores dos erros, pois eles são incluídos de outra forma, chamados de barra de erros, que serão apresentados mais a frente.
- 4) **Ordem de grandeza:** Ambos os eixos correspondem à grandezas físicas correlacionadas de alguma forma, mas são registrados de forma independente. Portanto, ambos os eixos não precisam ser apresentados com a mesma ordem de grandeza ou na mesma escala.
- 5) **Barra de erros:** São apresentados sobre os pontos experimentais e serão abordados em uma seção específica deste guia (veja seção xxx).
- 6) **Legenda:** Quando um único gráfico contém mais de uma informação sendo apresentada, normalmente utilizamos legendas para identificar as várias curvas e/ou pontos traçados. Normalmente elas são posicionadas nas regiões de maior espaço em branco no gráfico, para

melhor leitura da mesma. Entretanto, o canto superior esquerdo se torna a região preferencial para a sua posição.

- 7) **Equação e parâmetros:** A equação da curva utilizada para ajustar os dados experimentais deve ser apresentada no gráfico contendo o valor dos parâmetros de ajuste.

A figura xxx que se segue é um exemplo de como se deve apresentar um gráfico.

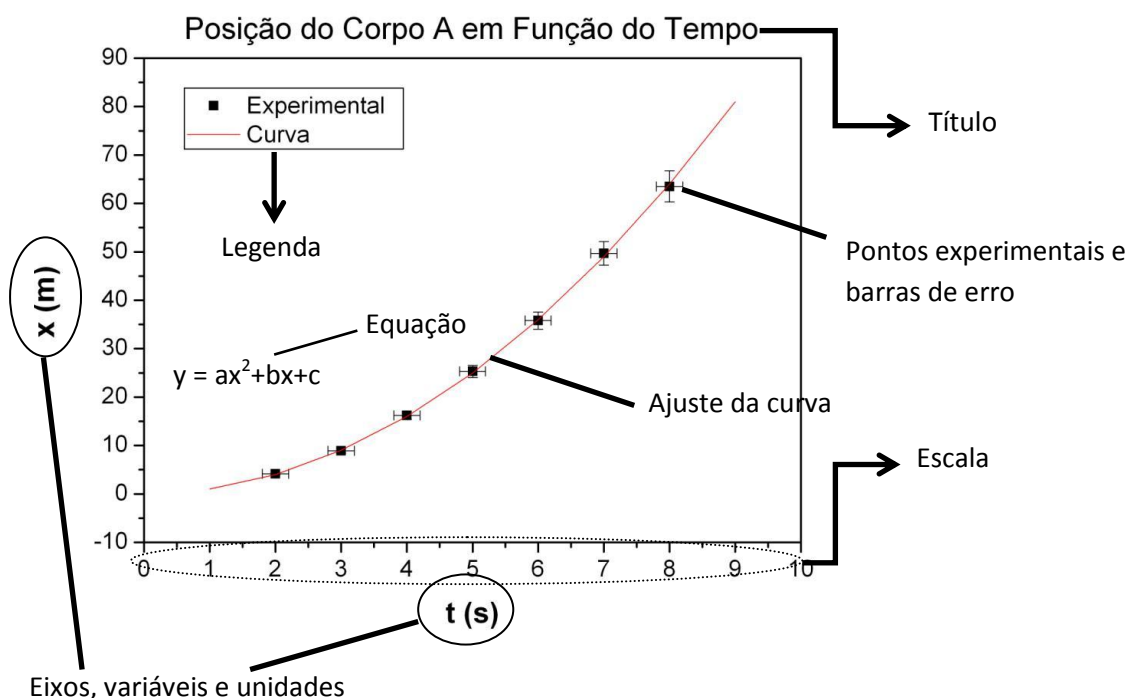


Figura 04 – Formato esperado para um gráfico contendo todas as informações do experimento.

Para a escala linear especificamente, a figura 05 mostra um exemplo deste tipo de escala, onde podemos encontrar um enorme quadriculado formado de pequenos quadradinhos cujos lados são iguais ao longo de toda a sua extensão.

Neste tipo de escala devemos verificar com cuidado os seguintes pontos:

- a) **Definição da escala:** Geralmente em uma folha de papel milimetrado linear cada quadradinho possui 1mm de lado (por isso o nome de papel milimetrado), apresentando 280 quadradinhos no eixo vertical e 180 no eixo horizontal. Com esta orientação, o papel encontra-se na posição “retrato”, ao girar a folha dizemos que o papel encontra-se na posição “paisagem”. Assim, ao começar a fazer o gráfico a folha pode ser utilizada em qualquer uma das duas posições, visando sempre ocupar melhor possível a folha. Isto não significa que se deve usar uma escala que preenche todo o papel. Na prática, deve-se escolher uma escala que facilite a leitura dos pontos experimentais, ou qualquer outro ponto representado no gráfico. Deve-se adotar uma “escala limpa e fácil de ser lida” de modo que não seja necessário fazer cálculos para achar a localização dos pontos no gráfico. Aliás, se você precisar fazer muitos cálculos, algo está inadequado.

O primeiro quadradinho do canto inferior esquerdo da folha não necessariamente precisa ser o zero de ambos os eixos, mas quando for possível o faça.

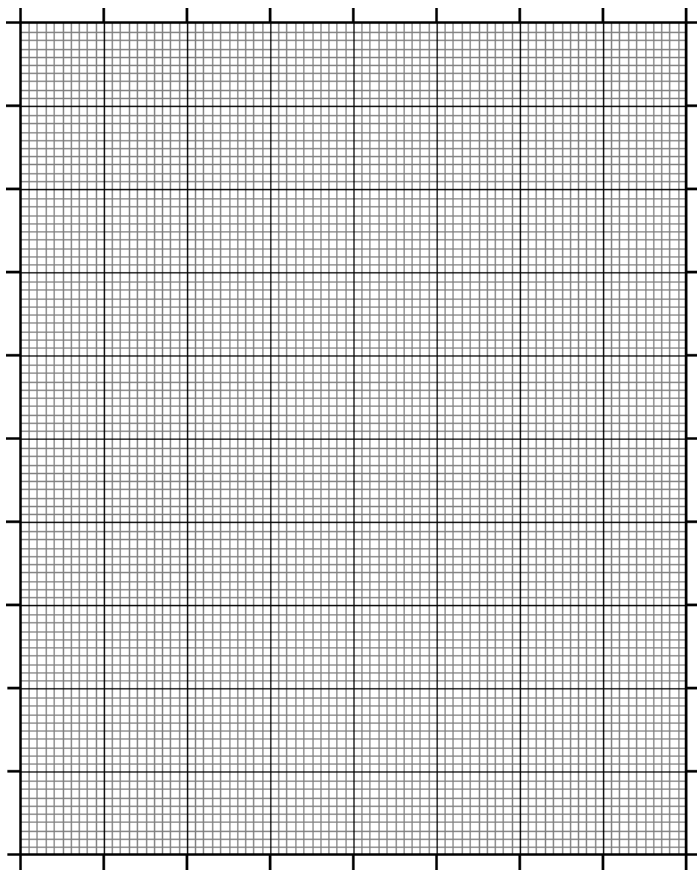


Figura 05 – Papel quadriculado na escala linear em ambos os eixos.

Como pode ser visto na fig. 05 uma folha de papel milimetrado não necessariamente possui as divisões como apontadas anteriormente, principalmente aquelas que são baixadas na internet. Assim, a definição da escala utilizada em seu gráfico deve seguir regras claras e gerais para qualquer divisão. Sendo assim, passaremos enumerar uma sequência de passos para que você possa criar a sua própria escala:

1. Coloque o menor valor encontrado para as suas variáveis (consulte sua tabela de dados) na primeira marca do seu papel milimetrado.
2. Tome o maior valor desta mesma variável e o coloque na última, ou em alguma das últimas, marcas do eixo. Veja um exemplo abaixo:

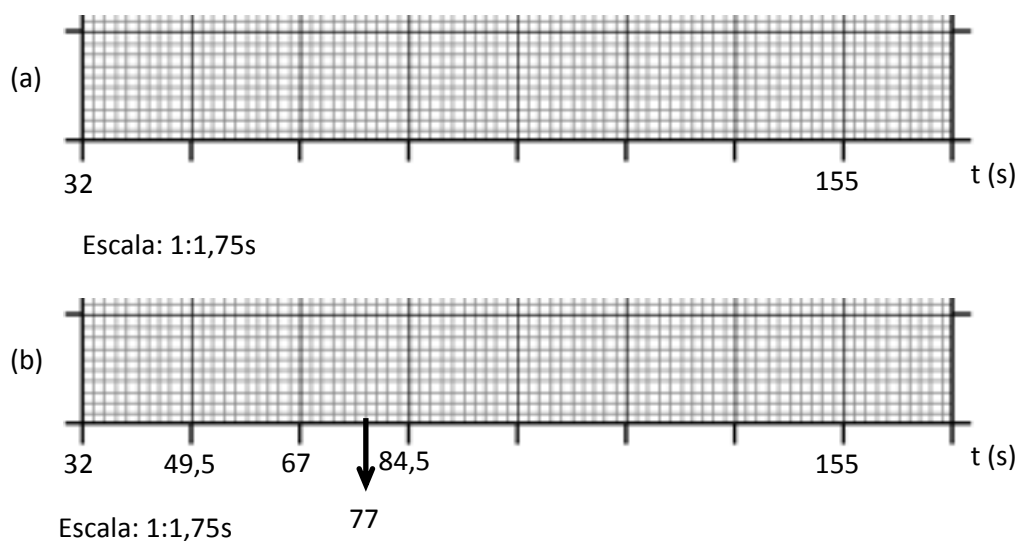


Figura 06 – Construção de uma escala em papel milimetrado. Em (a) colocamos o menor valor da medida na primeira marca grande da escala e o maior em um das últimas marcas. Em (b) podemos verificar os valores encontrados a partir da escala definida em (a).

Ao tomar esta iniciativa você já definiu sua escala. Agora é tentar compreender como ela funciona. No caso apresentado na fig. 06-a, cada marca na parte inferior do quadriculado corresponde à contagem de dez quadradinhos. Assim, no intervalo entre a marca onde foram registradas as quantidades de 32s e 155s (portanto com tamanho de 123s), possuem 70 quadradinhos. Com isso, podemos determinar quanto vale cada quadradinho por uma regra de três simples:

$$\begin{aligned} 70 \text{ quadradinhos} & \text{ ---- } 123\text{s} \\ 1 \text{ quadradinho} & \text{ ---- } x \\ 70x & = 123 \\ x & \approx 1,75\text{s} \end{aligned}$$

Então, dizemos que sua escala é 1:1,75s, ou seja, 1 quadradinho vale 1,75s. Esta informação deve vir contida no gráfico e colocada na parte em branco abaixo do quadriculado, como mostra a fig. 06-a, facilitando a análise do leitor.

Agora todos os outros pontos contidos na sua tabela poderão ser inseridos no gráfico, pois estão todos contidos neste intervalo. Como exemplo, vamos encontrar o ponto correspondente ao tempo de 77s.

Bem, se cada quadradinho vale 1,75s, então a primeira linha depois da primeira marcação vale 33,75 e assim por diante. Assim, a primeira marca grande depois da marcação de 32s, vale 49,5s (veja a fig. 06-b), e portanto, nosso ponto (77s) encontra-se mais adiante. Para descobrir quantos quadradinhos a frente do ponto de 32s encontra-se o ponto de 77s, basta realizar mais uma regra de três. Levando-se em conta que o intervalo entre 32s e 77s possui 45s, então:

$$\begin{aligned} 1 \text{ quadradinho} & \text{ ---- } 1,75\text{s} \\ x \text{ quadradinhos} & \text{ ---- } 45\text{s} \\ 1,75x & = 45 \\ x & \approx 25,7 \end{aligned}$$

Mas como não temos frações dos quadradinhos para marcar nosso ponto em questão, temos que fazer o arredondamento:  $x = 26$ . Assim, basta-nos contar 26 quadradinhos a partir da primeira marcação para encontrar o nosso ponto, veja a figura 06-b. Dessa forma, utilizando o método acima podemos determinar a posição de qualquer ponto na escala utilizada.

Apesar da técnica apresentada ser um método geral, sendo válida em qualquer situação que o leitor possa vir a trabalhar, em alguns casos as medidas encontradas podem ser registradas numa escala mais simples. Por exemplo, se o experimento solicita ao usuário que solte uma esfera de diferentes alturas, começando de 200mm até 600mm em intervalos de 100mm. Além de utilizar o método acima descrito, podemos escolher uma escala mais “simplificada”, colocando, por exemplo, cada marcação de altura nas marcas grandes da escala, como mostra a figura 07 que se segue.

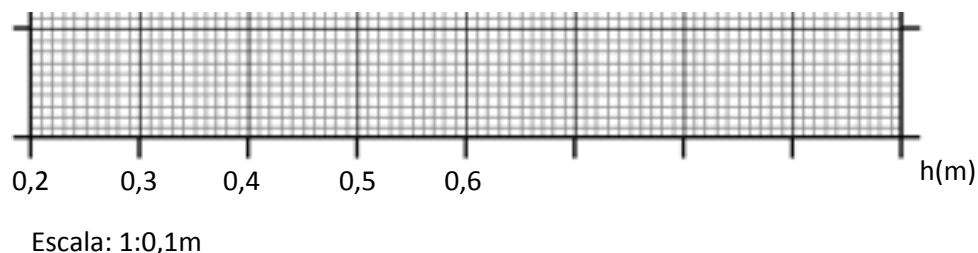


Figura 07 – Forma equivalente de se mostrar uma escala.

Ou seja, sempre que precisar de realizar um gráfico e estabelecer sua escala, use o **bom senso**.

b) Traçando os pontos no gráfico:

Como descrito no início desta seção, cada ponto no gráfico corresponde um par de medidas experimentais que são apresentadas em uma tabela. Para mostrar como marcar os pontos experimentais contidos em uma tabela, iremos adotar um exemplo que partirá dos dados apresentados na tabela da figura 03. Neste caso, utilizaremos a altura de soltura da esfera ( $h$ ) e o seu tempo de queda ( $t_q$ ).

Depois de definir escala em ambos os eixos e marcar os pontos em cada eixo, como descrito na seção anterior, acompanhe as linhas de um dado par de valores (por exemplo os pontos  $h = 0,2\text{m}$  e  $t_q = 2,13\text{s}$ ) com os olhos (ou com a ajuda de uma régua se preferir) até a interseção entre as duas retas e faça uma marca desenhando um ponto. Caso seja necessário o leitor poderá utilizar o método que utiliza a regra de três apresentada anteriormente para encontrar a posição dos pontos nos dois eixos. Este procedimento deve ser feito para todos os pares de pontos contidos na tabela.

|     |      |
|-----|------|
| 200 | 2,13 |
| 300 | 3,37 |
| 400 | 5,01 |
| 500 | 6,69 |

Gráfico da altura de soltura da esfera em função do tempo

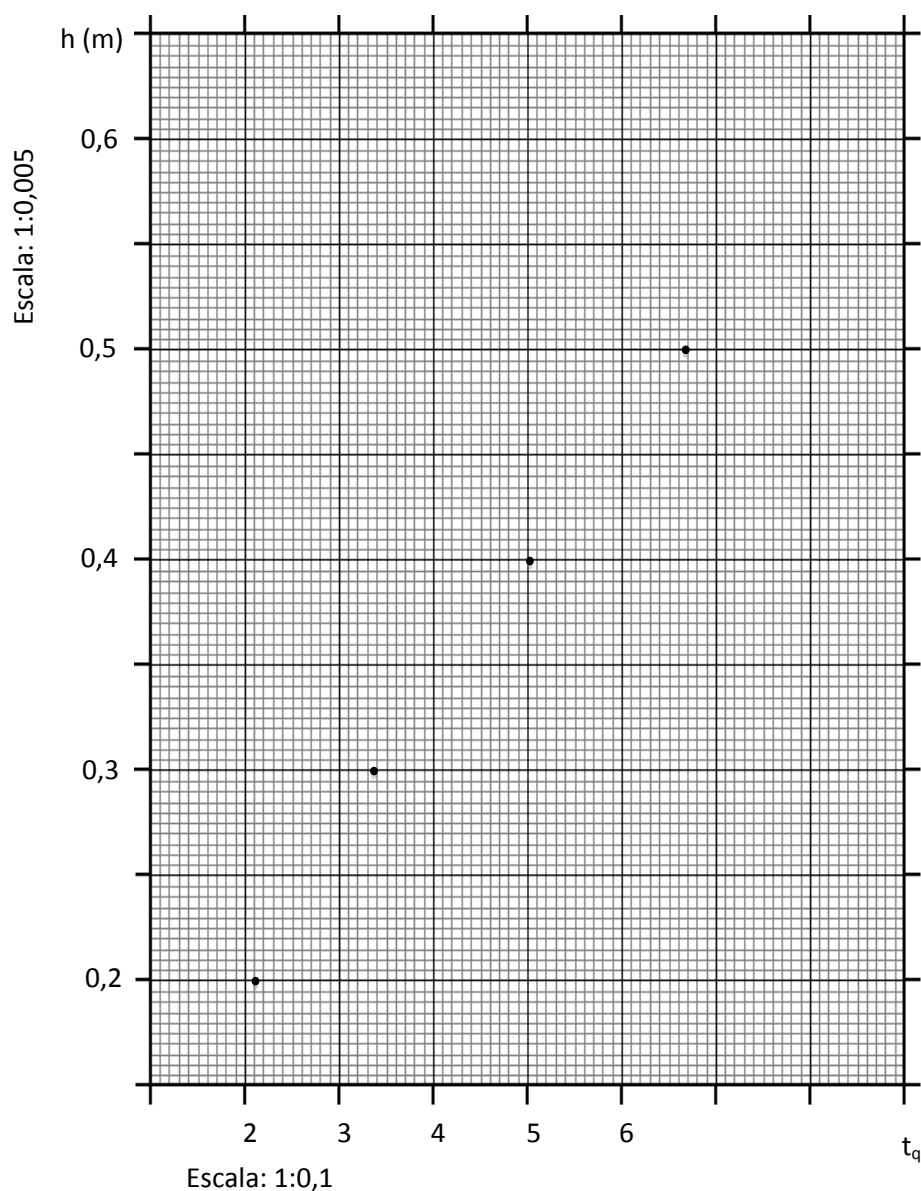


Figura 08 – Exemplo de tabela com os pontos marcados a partir da tabela apresentada na fig. 03.

c) Barras de erro:

As barras de erro devem ser registradas sobre os pontos experimentais apresentados no gráfico. Para marcar as barras de erro basta analisar os dados experimentais e identificar o erro associado a cada medida. No exemplo da fig. 03 a coluna de altura de soltura da esfera ( $h$ ) possui um erro de 1mm em todas as medidas e o tempo de queda ( $t_q$ ) possui um erro de 0,01s, também em todas as medidas. Utilizando as escalas de ambos os eixos apresentados no gráfico da fig. 08, o erro no tempo  $t_q$  (escala horizontal) é muito menor que a menor escala utilizada, pois o erro é de 0,01s e cada quadradinho equivale a 0,1s. Neste caso, não há a necessidade de se colocar a barra de erro na horizontal nas medidas apresentadas no gráfico. Entretanto, nunca se esqueça de mencionar no texto que as barras de erro são muito pequenas para aparecerem na figura. Na escala vertical, o erro é de 1mm e a escala mostra que cada quadradinho equivale a 5mm, inviabilizando traça-lo também na vertical, pela mesma razão.

Entretanto, vamos agora tomar uma situação em que a altura  $h = (200 \pm 1)\text{mm}$   $t_q = (2,13 \pm 0,01)\text{s}$ , mas, dessa vez, numa escala onde o tamanho de cada quadradinho é menor que o erro apresentado. Assim, considerando que na vertical (eixo de  $h$ ) a escala é de 1:0,5mm e na horizontal (eixo de  $t_q$ ) a escala é de 1:0,005s, a barra de erro em ambas as direções podem ser traçadas perfeitamente, como mostra a figura 09 que se segue.

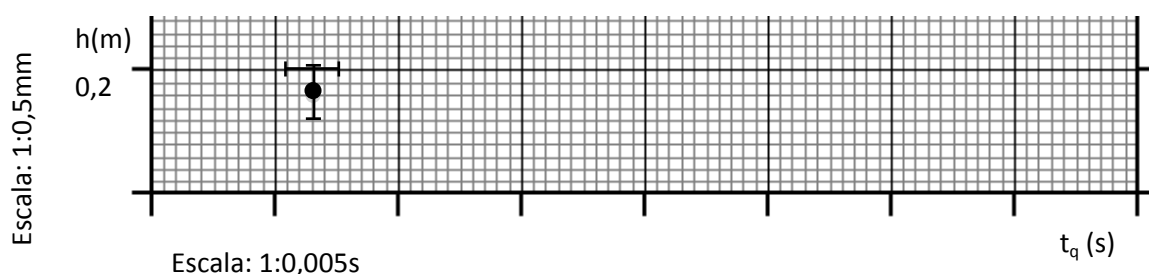


Figura 09 – Exemplo de como deve ser apresentado a barra de erro de um ponto experimental em um gráfico.

Como o erro mostra que a medida de  $t_q$ , por exemplo, pode flutuar entre  $t_q + \Delta t_q$  e  $t_q - \Delta t_q$ , assim como  $h$  pode flutuar entre os valores de  $h - \Delta h$  e  $h + \Delta h$ , percebemos que na escala apresentada na figura 09 o valor de  $\Delta t_q$  é equivalente a dois quadradinhos, assim como o de  $\Delta h$ . Então, uma linha horizontal e uma vertical que passa pelo ponto indicado com tamanho de quatro quadradinhos (dois de cada lado) devem ser indicados no gráfico.

d) Ajuste de curva:

Quando todos os pontos experimentais já estiverem marcados no gráfico, resta traçar a curva. Esta não precisa passar sobre todos os pontos; de fato, é possível que a curva não passe por nenhum ponto do gráfico. Sendo assim, não é necessário que a curva tenha início no primeiro e termine no último ponto experimental.